

НАРУШЕНИЕ ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОСТИ КАК СИММЕТРИЯ

Борис Ихлов

Существуют версии инертной массы, активной гравитационной массы (источника гравитационного поля) и пассивной гравитационной масса. Принцип эквивалентности Эйнштейна требует, чтобы инертная масса равнялась пассивной гравитационной массе, из закона сохранения импульса вытекает, что активная и пассивная гравитационная масса равны, то есть, все три массы равны между собой. Отрицательные инертная и гравитационная массы не противоречит уравнениям квантовой механики.

Уравнение Дирака

Уравнение Дирака без зарядового члена имеет вид: $(i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2)\psi = 0$

Распишем уравнение по компонентам, заменив производные ($\hbar = c = 1$):

$$(E - m)\psi_1 - (p_x - ip_y)\psi_4 - p_z\psi_3 = 0$$

$$(E - m)\psi_2 - (p_x + ip_y)\psi_3 + p_z\psi_4 = 0$$

$$(E + m)\psi_3 - (p_x - ip_y)\psi_2 - p_z\psi_1 = 0$$

$$(E + m)\psi_4 - (p_x + ip_y)\psi_1 + p_z\psi_2 = 0$$

Преобразование волновой функции в состояние с отрицательной энергией при сохранении поляризации и знака импульса осуществляется с помощью комплексного сопряжения и матричного умножения $C\gamma^0$.

То есть, перевод частицы в античастицу – это не одна, а две операции, одна из которых меняет знак заряда, другая – знак энергии. Замена частиц на античастицы эквивалентна замене массы на отрицательную массу при перестановке компонент волновой функции

$$\psi_1 \rightarrow -\psi_4; \psi_2 \rightarrow -\psi_3; 1234 \rightarrow 4321$$

Таким образом, перевод античастицы в частицу с отрицательной массой можно записать как действие матрицы $\psi_j^{-m} = A_j^i \psi_i^{-q}$. Для дублета матрица A_{ij} – одна из матриц Паули

$$A_{ij} = \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Для двумерного вектора с координатами (x, y) матрица A_{ij} может быть представлена поворотами вектора в декартовых координатах угол $\alpha = \arctg(y/x)$. Для спинора матрица Дирака

$$A_{ij} = \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Гамма-функция, которая бы преобразовывала волновую функцию в состояние с мнимой массой, преобразует также и энергию в мнимую энергию, что логично. Введение только мнимой энергии делает уравнение Дирака не ковариантным. Уравнение Дирака с мнимой массой: $(i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2)\psi = 0$

Преобразование волновой функции частицы в волновую функцию для частицы с мнимой массой осуществляется с помощью второй матрицы Дирака:

$$A_{ij} = \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

То есть, волновые функции состояний с отрицательными и мнимыми массами являются решениями уравнения Дирака. Для экзотических частиц, которым соответствует преобразование волновой функции с помощью матрицы $A_{ij} = \gamma^3$, $\psi_1 \rightarrow \psi_3; \psi_2 \rightarrow -\psi_4; \psi_3 \rightarrow -\psi_1; \psi_4 \rightarrow \psi_2$, выполняется нетривиальный закон сохранения импульса, с нарушением коллинеарности векторов.

Наличие отрицательных масс связано с наличием тахионов, которые возможны в СТО.

Рассмотрим выражение для частоты в формуле для релятивистского эффекта Доплера:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

При превышении скорости света электромагнитное возмущение перестанет форму иметь форму распространяющихся в бесконечность колебаний. При $v > c$ частота становится мнимой, следовательно, амплитуды электромагнитных возмущений будут затухать без осцилляций по экспоненте: $A \propto e^{-\beta t}$, где $\beta = \omega_0 \sqrt{v/c - 1} / \sqrt{v/c + 1}$.

То есть, существование тахионов – не ошибка теории и не скачок за предел скорости, тахионы – это затухающие моды. Экспоненциально растущие решения не отбрасываются как нефизические, они указывают на неустойчивость системы.

Тахионное поле вследствие нестабильности не нарушает причинности. Несмотря на нестабильность, возле максимума потенциала поле приобретает неотрицательную массу и становится стабильным возле минимума потенциала. Таким образом, конденсат (вакуум) скалярного поля чисто мнимой массы – стабилен. Конденсация тахионов приводит физическую систему в стабильное состояние, где не присутствуют физические тахионы. Спонтанное нарушение симметрии $SU(2) \times U(1)$ с помощью механизма Хиггса может быть представлено как тахионная конденсация. Таким образом, удаление в теории суперсимметрии тахионных состояний представляется некорректным. Уравнение движения для классического осциллятора с отрицательной массой имеет вид $x = x_0 \exp(\pm \omega t)$

Для физически осмысленных физически решений движение частицы под действием возвращающей силы затухает. Уравнение для волновой функции квантового осциллятора с отрицательной массой:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{m\omega^2 x^2 \psi}{2} = E\psi$$

Уравнение отличается от уравнения для частиц с положительной массой заменой $E \rightarrow -E$, то есть, его решения для частиц с отрицательной массой соответствуют решениям для античастиц.

Группы симметрии

Законы физики эквивалентны относительно преобразований группы Галилея в евклидовом пространстве, в пространстве Минковского – относительно группы Лоренца. Но сильно искривленные пространства описываются иными группами симметрии, группой Бонди-Метцнера-Сакса и др. Таким образом, в искривленном пространстве CPT -симметрия должна нарушаться.

В искривленном пространстве энергия E и импульс P^i

$$E = \int_{V_3} T^{00} \sqrt{-g} d^3 x; P^i = \frac{1}{c} \int_{V_3} T^{i0} \sqrt{-g} d^3 x$$

не сохраняются. То есть, отсутствует T и P симметрия. Можно ввести псевдотензор гравитационного поля $\partial_k [(T_k^i + t_k^i)(-g)^n] = 0$, n – целое или полуцелое число. Тогда

$$\tilde{E} = \int_{V_3} (T_0^0 + t_0^0)(-g)^n d^3 x; \tilde{P}^i = \frac{1}{c} \int_{V_3} (T_0^i + t_0^i)(-g)^n d^3 x,$$

Однако новые энергия и импульс не являются полными аналогами энергии и импульса в евклидовом пространстве, например, в силу того, что t^{ik} не является тензором, переопределенный импульс не является вектором. Кроме того, новые энергия и импульс не определены однозначно, зависят от того, каким образом построен псевдотензор гравитационного поля.

Уравнения Эйнштейна в решении Шварцшильда, например, $-e^{-\lambda} \left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} T_1^1$,

несимметричны относительно отражения $r \rightarrow -r$. Поэтому в сильных гравитационных полях массы частиц и античастиц и их заряды должны быть не одинаковы.

Нарушение CPT -симметрии автоматически ведёт к нарушению Лоренц-инвариантности.

Операции C , P и T вместе с единицей образуют группу 4-го порядка, $CPT = 1$, т.е. $CP = T$ и т.д.

Таблица умножения

	1	C	P	T
1	1	C	P	T
C	C	1	T	P
P	P	T	1	C
T	T	P	C	1

Введем оператор M , который переводит гравитационную массу в антигравитационную:

$$M\Psi(m_g) = \Psi(-m_g)$$

Логично предположить, что

$$M\Psi(m_g) = \Psi(im_g); M^2\Psi(-m_g) \quad (1)$$

Соответственно, M – точечная циклическая группа, изоморфная C_4 , можно ее представить как сочетание поворотов в изопространстве группы C_2 с группой зеркальных отражений в двух плоскостях симметрии, возникает четверная группа Клейна C_{2v} , которая имеет 4 класса, соответственно, 4 неприводимых представления, которые одномерны, потому не совпадают с характеристиками, а энергетические состояния не могут быть вырожденными. Характеры группы приведены в таблице:

C_{2v}	E	C_2	v_1	v_2
a_1	1	1	1	1
a_2	1	-1	-1	1
a_3	1	1	-1	-1
a_4	1	-1	1	-1

Группы отражений являются группами Коксетера [9]. В одномерном случае произведение отражений на евклидовой плоскости t и x , зеркала которых пересекаются в начале координат, образуя угол π / m , тождественно повороту вокруг начала координат на угол $2\pi / m$, т.е. на 180° . В группе $PT = (t, x)$ выполняются соотношения $t^2 = x^2 = 1$.

Корни групп P и T – векторы, P, T – группы над полем векторов в пространстве Минковского, C – группа над дискретным полем вещественных чисел, где задана операция сложения.

PT и C в координатно-зарядовом пространстве образуют группу C_{2v} , то есть, характеры группы CPT и M совпадают. Соответственно, преобразование $CPTM$, как и два последовательных преобразования CPT , сохраняет знак бозонов и меняет знак фермионов на противоположный.

Если унитарный оператор зарядового сопряжения определен равенством $C^2 = 1$ и переводом частицы в античастицу $Ca^+ = b^+$, то оператор массового сопряжения определяется через равенства $M^4 = 1$ и (1).

Полная симметрия: $CPT \rightarrow CPTM$, таким образом, все фермионы имеют положительную гравитационную массу, их античастицы – отрицательную, и CPT -симметрия нарушается.

Нарушение CPT -симметрии означает нарушение четности массы и неравенство масс и зарядов частиц и античастиц. Нарушение CPT -симметрии, эквивалентное нарушению Лоренц-инвариантности, которое происходит, как предполагают, при высоких энергиях, например, в ультра-высокоэнергетических космических лучах. В силу теоремы Нётер группам C, P, CP и T соответствуют законы сохранения четности (время изотропно), следовательно, должна существовать и M -четность. Соответственно, должна существовать и MT -симметрия.

Непрерывная группа сдвигов по массе реализуется аналогично стандартной группе Ли сдвигов по времени, $m_s = m + s$, $s \in \mathbb{R}$. Масса перестает быть параметром и становится аргументом функции.

Таким образом, нарушение Лоренц-инвариантности предстает как симметрия.

Заключение

Отрицательная плотность энергии, возникающая в космологии и в некоторых эффектах Казимира, связана с вакуумными состояниями полей, но не с отрицательной массой частиц.

В некоторых версиях ОТО Лоренц-инвариантность нарушена, отношение $E = p^2 + m^2$ заменяется на соотношение $E = p^2 + m^2 + p^4 / z^2$; $z \ll m_{\text{plank}} \ll 10^{19} \text{ GeV}$ [10]. Соответствующий гамильтониан свободной

частицы - $H = \sqrt{p^2 + m^2 + p^4 / z^2}$, отсюда лагранжиан $L = -m\sqrt{1 - v^2 / c^2} - \frac{p^4}{2z^2 m} (1 - v^2 / c^2)^{-3/2}$.

Рассматриваются иные формы гамильтониана, а также модель с дополнительным измерением, в которой спонтанное нарушение Лоренц-инвариантности происходит за счет конденсата векторных полей [11]. В модели Гросса-Невё (с лагранжианом расширенной Стандартной модели, SME) в действие вводится дополнительный вектор b , нарушающий Лоренц-инвариантность [12]:

$$S(\bar{\Psi}, \Psi) = \int d^3x [\bar{\Psi} \gamma_j (\partial_j - ib_j) \Psi + \bar{\Psi} m \Psi - \frac{G}{2N} (\bar{\Psi} \Psi)^2] .$$

В теории Хоржавы в модификации ОТО в действие включается дополнительное скалярное поле, поле хронона, с превышением скорости света.

Данные построения представляются искусственными, поскольку в римановой метрике частицы движутся вне светового конуса пространства Минковского без наличия дополнительных членов в лагранжиане. $CPTM$ -симметрия в указанных моделях тоже не сохраняется.

Можно предположить, что асимметрия между частицами и античастицами имеет ту же природу, что асимметрия и массы и антимассы, и эти асимметрии вместе с направленностью времени и отсутствием монополя Дирака обуславливают друг друга. Из чего следует, что изложенная гипотеза о существовании отрицательных масс не связана с моделью Хойла, Бонди и Голда о непрерывной

генерации вещества во Вселенной. Данный момент отличает изложенную гипотезу и от версии Терлецкого [13] с рождением квадриг, частиц из вакуума (позитонов и негатонов). Терлецкий не использует аппарат теории групп, его обоснование невозможности детектирования негатонов сомнительно, кроме того, в данной статье речь идет – по аналогии с электрическим зарядом - об отрицательной гравитационной массе, но не инертной.

Вопрос, можно ли сконструировать группу G как включающую в себя M -симметрию, остается открытым, т.к. группа M не является калибровочной.

Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. - М., Наука, 1963. - с. 249
2. 12. Bondi H. «Negative Mass in General Relativity», Rev. Mod. Phys. 29 No. 3 July 1957, pp. 423ff
3. 17. Landis G. Comments on Negative Mass Propulsion. J. Propulsion and Power, Vol. 7 No. 2, 304 (1991).
4. Morris M., Thorne K., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition. Physical Review, 61, 13, September 1988, pp. 1446—1449
5. Ikhlov B. L. Life in the Universe. Scientific Research of the SCO Countries. Part 1. China, 2018. December, 12. P. 236-245.
6. Ихлов Б. Л. Термодинамический подход в космологии. Евразийский научный журнал. 2019. №1. http://journalpro.ru/articles/termodinamicheskiiy-podkhod-v-kosmologii/?sphrase_id=14205
7. 10. Farnes J. S. A unifying theory of dark energy and dark matter: Negative masses and matter creation within a modified Λ CDM framework. Astronomy & Astrophysics. 2018. V. 620. №A92. DOI <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201832898>
8. Баник И., Чжао Х. Плоскость галактик высокой скорости во всей Локальной группе. 21.1.2017. Астрофизика галактик. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. Cornell University Library.
9. Humphreys J. E. Reflection groups and Coxeter groups. Cambridge University Press, 1990.
10. Rubtsov G., Satunin P., Sibiryakov S. On calculation of cross sections in Lorentz violating theories. arXiv:1204.5782. См. также Плотникова Д. В. Нарушение Лоренц-инвариантности и связанные состояния. МГУ, 2015.
11. Либанов М. В. Физика частиц и космология в моделях с дополнительными пространственными измерениями и с нарушением Лоренц-инвариантности. Автореф. дисс. канд. физмат. наук. М., РАН ИЯИ, 2009.
12. Губина Н. В., Жуковский В. Ч., Курбанов С. Г., Размерная редукция фермионов в модели Гросса–Невё в условиях нарушенной лоренц-инвариантности. Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2012. № 2.
13. Терлецкий Я. П. Космологические следствия гипотезы рождения из вакуума комплексов частиц положительной и отрицательной массы. В сб. «Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации», материалы VII Всесоюзной конференции. Ереван, 1988. См. также Терлецкий Я. П. Парадоксы теории относительности. М., Наука, 1966.